



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 14 FEBRUARIE 2025
Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I. Pentru fiecare dintre următoarele 10 probleme, una singură dintre cele cinci variante de răspuns este corectă. Pe formularul de înregistrare a răspunsurilor la problemele cu alegere multiplă (grilă), indică varianta corectă de răspuns:

1. (2 p) Se consideră numărul real $x = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$. Cel mai apropiat număr întreg de numărul x este:

A. 1 B. 3 C. 2 D. 4 E. 6

2. (2 p) Numărul real α pentru care ecuația $x^4 + (1 - x)^4 = \alpha$ are soluție unică, este:

A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{4}$ E. $\frac{1}{2}$

3. (2 p) În tetraedrul regulat $ABCD$, notăm cu M mijlocul muchiei BD . Atunci cosinusul unghiului format de dreptele CM și AD este:

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. (2 p) Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic în care $AB = 4\sqrt{3}$ cm, $BC = AA' = 4$ cm. Punctul M este centrul feței $A'B'C'D'$, iar punctul N este centrul feței $BCC'B'$. Aria triunghiului MBN este egală cu:

A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{7}$ C. $2\sqrt{7}$ D. $3\sqrt{7}$ E. $5\sqrt{7}$

5. (1 p) Numărul natural n care verifică relația $[\sqrt{n^2 + 5n + 6}] = \sqrt{\frac{n}{2}} + 2$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x , este:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

6. (1 p) Fie x și y numere reale astfel încât $x \in [1, 2]$ și $y \in [3, 4]$. În aceste condiții, expresia $|3x - 2y + 5| + |14 - 3x - 2y|$ este egală cu:

A. $19 - 4y$ B. $9 - 6x$ C. $6x - 9$ D. $4y - 19$ E. 19



7. (1 p) Valoarea maximă a expresiei $E(x) = -x^2 + 4x + 5$ este egală cu:

- A. -9 B. 0 C. 5 D. 8 E. 9

8. (1 p) Dacă ABCDA'B'C'D' este un cub, atunci măsura unghiului determinat de dreptele A'C și AB' este egală cu:

- A. 15^0 B. 30^0 C. 45^0 D. 60^0 E. 90^0

9. (1 p) O insectă pornește din vârful A al unui cub de muchie egală cu 4 și se deplasează succesiv pe fețele laterale ABB'A', BCC'B' și DCC'D', până în punctul D'. Dacă d este lungimea minimă a distanței care poate fi parcursă de insectă, atunci:

- A. $d = 16$ B. $d = 16\sqrt{2}$ C. $d = 16\sqrt{3}$ D. $d = 4\sqrt{10}$ E. $d = 4\sqrt{17}$

10. (1 p) Se consideră planul α , punctele $M \in \alpha$ și $N \notin \alpha$ astfel încât $NM \perp \alpha$. Dacă d este un număr real astfel încât $d > MN$, atunci mulțimea punctelor X din planul α cu proprietatea că $NX = d$ este:

- A. un punct B. un cerc C. o dreaptă D. un plan E. \emptyset

Subiectul II

Arătați că $24\sqrt{2} \leq \left(x + \frac{6}{x}\right)\left(y + \frac{12}{y}\right) \leq 35$, pentru orice numere reale $x \in [2, 3]$ și $y \in [3, 4]$.

(Gazeta Matematică, 9/2024)

Subiectul III

Arătați că dacă un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile n , $n + 2$, $n + 4$, unde $n \in \mathbb{N}^*$, atunci niciuna dintre fețele paralelipipedului nu este echivalentă cu un pătrat cu lungimea laturii număr natural.

Note: Toate subiectele sunt obligatorii

Pentru rezolvarea corectă a subiectelor II și III se acordă câte 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore